

## Schallgeschwindigkeit und Teilchengeschwindigkeit in Gasen

Zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit in Gasen werden verschiedene Parameter benötigt, von denen diese abhängt. Vorab werden die vom bestimmten Gas unabhängigen Parameter angegeben:

$$R := 8.314472 \quad \text{ist die universelle Gaskonstante in J/(mol K)} \quad (1)$$

Die Temperaturwerte bei den gemessenen Schall- bzw. Teilchengeschwindigkeiten sind meist Null bzw. manchmal 20 oder 25 ° C, was dann beim einzelnen Gas eingesetzt werden muss. Normal wird die Temperatur in Kelvin

$$T := 273.15 \quad \text{angenommen.} \quad (2)$$

In Gasen werden die Schallgeschwindigkeiten nach folgender Formel errechnet:

$$c(\kappa, T, R_m) := \sqrt{\kappa \cdot T \cdot R_m} \quad (3)$$

Dabei ist  $\kappa$  ein Faktor, der aus den Freiheitsgraden der jeweiligen Gasmoleküle bestimmt wird.

$$\kappa(f) := \frac{f + 2}{f} \quad (4)$$

und  $R_m$  ist die durch die **molare Masse**  $M_g$  geteilte universelle Gaskonstante mal 1000.

Für die **Teilchengeschwindigkeit** gibt es unterschiedliche Ansätze. Einerseits kann das Gas als eine Menge stoßender harter Kugeln mit dem Freiheitsgrad  $f = 3$  betrachtet werden (mittlere Geschwindigkeit nach Wikipedia):

$$v_\phi(T, R_m) := \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot T \cdot R_m} \quad (5)$$

und andererseits wird auch versuchsweise die zweite Formel verwendet (quadratisch gemittelte Geschwindigkeit):

$$v_q(T, R_m) := \sqrt{3 \cdot T \cdot R_m} \quad (6)$$

Zum Vergleich wird auch ein  $c_m$  in Abhängigkeit von den  $R_m$  betrachtet.

$$c_{hkg}(T, R_m) := \sqrt{\frac{5 \cdot \pi}{24}} \cdot v_\phi(T, R_m) \quad (7)$$

Beim Edelgas **Argon** beträgt laut Wikipedia die (gemessene ?) Schallgeschwindigkeit 318 m/s bei 293.15 ° K und die Durchschnittsgeschwindigkeit 398 m/s. Die Parameter sind:

$$R_{ar} := \frac{R \cdot 1000}{39.94} \quad R_{ar} = 208.174061 \quad f := 3 \quad T := 293.15 \quad (8)$$

$$c(\kappa(f), T, R_{ar}) = 318.920643$$

ist demnach die gut übereinstimmende theoretische Schallgeschwindigkeit.

$$v_{\phi}(T, R_{\text{ar}}) = 394.210614 \quad \text{und} \quad v_q(T, R_{\text{ar}}) = 427.876943$$

sind zwei theoretische Durchschnittsgeschwindigkeiten, die allerdings ohne bekannte Temperaturangabe bei der Messung nur schwer verglichen werden können.

$$c_{\text{hkg}}(T, R_{\text{ar}}) = 318.920643$$

ist die mit der theoretischen Schallgeschwindigkeit übereinstimmende Durchschnittsgeschwindigkeit des HKG nach (7).

Die gefundenen Angaben über die Schallgeschwindigkeit in **Helium** sind einerseits die auch hier ermittelte theoretische und andererseits die ohne Erläuterung angegebenen 981 m/s und 1259 m/s durchschnittliche Teilchengeschwindigkeit.

$$R_{\text{he}} := 2077 \quad f := 3 \quad T := 273.15 \quad (9)$$

Die damit errechnete Schallgeschwindigkeit

$$c(\kappa(f), T, R_{\text{he}}) = 972.396138$$

weicht damit erheblich von den angegebenen Messwerten ab.

$$v_{\phi}(T, R_{\text{he}}) = 1201.956936 \quad \text{und} \quad v_q(T, R_{\text{he}}) = 1304.60632$$

liegen auch außerhalb der zugänglichen (Mess)werte für die Teilchengeschwindigkeit.

Beim **Neon** mit gefundenen 433 m/s Schallgeschwindigkeit sieht es nicht besser aus. Der Wert liegt zwar nahe am theoretischen, es ist aber keine Quelle der Messung angegeben. Teilchengeschwindigkeiten sind mit vertretbarem Aufwand ebenfalls nicht zu finden.

$$R_{\text{ne}} := 411.9 \quad f := 3 \quad T := 273.15 \quad (10)$$

Die Schallgeschwindigkeit  $c(\kappa(f), T, R_{\text{ne}}) = 433.03288$

stimmt so genau mit dem theoretischen Wert der Schallgeschwindigkeit überein, dass an deren tatsächlicher Messung gezweifelt werden kann.

$$v_{\phi}(T, R_{\text{ne}}) = 535.262176 \quad \text{und} \quad v_q(T, R_{\text{ne}}) = 580.974573$$

stehen ganz und gar ohne gemessenen Referenzwert da.

Für **Wasserstoff** sollten als sehr bekanntem und zugänglichem Gas alle Werte bekannt sein. Die 1314 m/s in Wikipedia mit  $f = 5$  sind nahe am theoretischen Wert. Der früher da stehende Wert von 1280 m/s bei 298.15 °K und eine nicht mehr auffindbare Durchschnittsgeschwindigkeit der Teilchen von 1930 m/s hatte allerdings auch keine Quellangaben und entspricht exakt einer Berechnung mit 6 Freiheitsgraden.

$$R_{\text{h}} := 4124 \quad f := 5 \quad T := 298.15 \quad (11)$$

und damit wird  $c(\kappa(f), T, R_{\text{h}}) = 1312.020899$

Dieser Wert erscheint damit realistisch. Von den beiden Durchschnittswerten liegt allerdings der zweite näher am gemessenen.

$$v_{\phi}(T, R_{\text{h}}) = 1769.48462 \quad v_q(T, R_{\text{h}}) = 1920.601937$$

Mit diesem wird die Betrachtung der Spalte (5) in der Tabelle zum Vergleich der Schallgeschwindigkeiten mit den Teilchengeschwindigkeiten verständlich:

$$\frac{v_q(T, R_h)}{\sqrt{2}} = 1358.070654 \quad \text{entspricht genau} \quad c(\kappa(4), T, R_h) = 1358.070654$$

Für **Sauerstoff** sind bei 20°C **317.5 m/s** als Schallgeschwindigkeit angegeben und nach einer verlorengegangenen Quelle soll die Teilchengeschwindigkeit 446 m/s betragen. Es sind:

$$R_o := 259.8 \quad f := 6 \quad T := 293.15 \quad (12)$$

damit wird  $c(\kappa(f), T, R_o) = 318.664651$

und  $v_\phi(T, R_o) = 440.387091$  stimmt besser mit dem angegebenen Messwert überein, als

$$v_q(T, R_o) = 477.996977 \cdot$$

$$\frac{v_\phi(T, R_o)}{\sqrt{2}} = 311.400698 \quad \text{kommt damit der Schallgeschwindigkeit nach dem einfachen geometrischen Modell nahe.}$$

Auch für **Stickstoff** sind verlässliche Messwerte im Internet nicht einfach zugänglich. Die angegebenen 334 m/s bzw. 476 m/s liegen ziemlich weit von den berechneten entfernt.

$$R_n := \frac{R \cdot 1000}{28.02} \quad R_n = 296.733476 \quad f := 5 \quad T := 298.15 \quad (13)$$

damit werden  $c(\kappa(f), T, R_n) = 351.936813$

sowie  $v_\phi(T, R_n) = 474.646995$  und  $v_q(T, R_n) = 515.182742$

Bei **Methan** ist die molare Masse 16,05 g/mol und die Schallgeschwindigkeit soll **430.5 m/s** oder nach anderer Quelle **445 m/s** und der **Freiheitsgrad** müsste nach Wikipedia 15 betragen, wegen der fünf Atome im CH<sub>4</sub>.

$$R_{\text{methan}} := \frac{R \cdot 1000}{16.05} \quad R_{\text{methan}} = 518.035639 \quad f := 15 \quad T := 273.15$$

Mit  $c(\kappa(f), T, R_{\text{methan}}) = 400.460101$  ergibt sich allerdings nichts in der Nähe von 430.5 m/s.

Bei **Chlor** Cl<sub>2</sub> ist die molare Masse 35.453 g/mol und die Schallgeschwindigkeit ist mit 206 m/s angegeben.

$$R_{\text{Chlor}} := \frac{8.314472 \cdot 1000}{35.453} \quad R_{\text{Chlor}} = 234.520971 \quad f := 6 \quad T := 273.15$$

Die  $c(\kappa(f), T, R_{\text{Chlor}}) = 292.254235$  liegen weit von möglichen theoretisch errechenbaren Werten.

Für die **Luft** als Gasgemisch gibt es die besten Messwerte, die Bestimmung des (durchschnittlichen) Freiheitsgrades für die theoretische Berechnung der **Schallgeschwindigkeit** muss aber durch die Zusammensetzung aus den vielen Bestandteilen ermittelt werden. Die molare Masse für das Gemisch wird mit 28.9644 angegeben.

$$R_{\text{Luft}} := \frac{8.314472 \cdot 1000}{28.9644} \quad R_{\text{Luft}} = 287.05832 \quad f := 5 \quad T := 293.15$$

Die  $c(\kappa(f), T, R_{\text{Luft}}) = 343.236952$

entsprechen genau dem Wert aus Wikipedia, so dass auch hier deren tatsächliche Messung bezweifelt werden kann.

Die beiden errechneten mittleren Teilchengeschwindigkeiten stehen zum Schluss nur als Aufforderung, mir gemessene Werte für alle hier genannten Geschwindigkeiten per E-Mail zu melden, falls jemand gute Quellen kennt.

$$v_{\phi}(T, R_{\text{Luft}}) = 462.913744 \quad \text{und} \quad v_q(T, R_{\text{Luft}}) = 502.447449$$

Untersuchung der Möglichkeiten von Strukturbildung in einem einfachen Gas harter Kugeln (HKM):  
<http://www.struktron.de/>, Lothar A. Wiese Teheranski trg 7, BiH 71 Sarajevo, 6/2008